

Chapter 2

二元一次 聯立方程式

2-1 二元一次聯立方程式介紹



二元一次方程式是說在此方程式中有兩個未知數，而每個未知數的最高次方是一次方，如

$$ax + by = c$$

a, b, c 三個數都是常數。

二元一次聯立方程式即是由二或二個以上的二元一次方程式所組成，如

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

這裡的 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 皆是常數。

2-1 二元一次聯立方程式介紹



討論

在這裡要跟同學說的是當你去解聯立方程式時，方程式中有兩個未知數就一定需要二個方程式才可以解得出未知數，同理一方程式中有三個未知數一定要有三個方程式才解得出來，簡單的說就是有幾個未知數就要有幾個方程式才可以解得出來。

2-1 二元一次聯立方程式介紹



在這章節裡，我們準備跟同學介紹二元一次聯立方程式的解法，分別是以下的三種方法

- 1. 加減消去法
- 2. 代入消去法
- 3. 克拉瑪公式

2-2 加減消去法



加減消去法的解題想法是在兩個方程式裡想辦法經由兩式相加或相減消掉其中一個未知數，那麼剩下一個方程式和一個未知數很容易就可以將未知數解出。

2-3 代入消去法



代入消去法的想法是從兩方程式中去選擇其中一個方程式再經由移項讓等號左邊只剩下 x 或 y ，再將改寫的方程式代入未改寫方程式，即可求出其中一個未知數，

最後再求出另外一個未知數。

2-4 克拉瑪公式



(一) 行列式

- 1. 何謂二階行列式

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{cc} a & b \end{array} \right| \rightarrow \text{第一列} \\ \left| \begin{array}{cc} c & d \end{array} \right| \rightarrow \text{第二列} \end{array}$$

↓ ↓

第 第
一 二
行 行

$$\left| \begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array} \right|$$

∴ 因為有2列和2行
∴ 稱為二階行列式

2-4 克拉瑪公式



- 2. 二階行列式計算方法

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \quad (\text{對角線相乘相減})$$

2-4 克拉瑪公式



(二)使用克拉瑪公式解二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

這裡的 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 都是常數。

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$$
$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$