

Chapter 4

集 合

4-1 集合的定義



顧名思義，集合就是蒐集一堆東西集中合起來的一個整體。比如說我們這一班、自然界的動物、某公司的員工，都是集合。構造成集合的是元素，比如說我們這一班的同學、豬牛羊等動物，就是該集合的元素。定義集合的一個要求，就是要能夠明確的區分出某物件是否在這一個集合之中。比如說，我們這一班的好學生是否能構成一個集合？就要看我們如何界定好學生。如果定義模糊，就不能成為一個集合。

在數學上，常常討論的是一堆數字所構成的集合。比如說自然數、整數、有理數、實數。

為了討論跟敘述上的方便，我們會選擇符號來表示集合以及元素。

4-1 集合的定義



- 集合的符號

我們為了區別不同的集合，會選一個符號來表示。

數學上常常利用大寫的英文字母A、B、C……來表示。

當然，依照習慣與喜好，也可以選用其他的符號表示。

元素則常常用小寫的英文字母表示。我們通常都將元素表示在大括號裡。

4-1 集合的定義



集合的表示法可以分為下列兩種：

- 1. 表列式：將所有的元素都一一的排列表示出來。

這個方法的好處是，可以明確的知道這個集合裡有哪些元素。缺點是，非常瑣碎。

- 2. 結構式：用某個特性來描述所有的元素。

好處是可以用簡單的一句話描述該集合。缺點是，是否是該集合的元素有時候不是那麼容易。

4-1 集合的定義



- 屬於符號 \in

我們想表示元素與集合的關係的時候，常常用屬於符號來表示。在集合A裡找得到a，我們說a屬於集合A，用 $a \in A$ 來表示。相反的，如果找不到a，也就是說，a不是集合A的元素，我們用 $a \notin A$ 來表示。

4-1 集合的定義



依照集合的元素個數多寡，我們將他們大致分為三類：

- 1. 空集合：元素個數為0的集合稱為空集合。也就是說，這個集合不包含任何一個元素。我們常常用這個符號 ϕ 表示。
- 2. 有限集合：元素的個數為有限多個，我們可以明確的數出該集合的元素個數。
- 3. 無限集合：元素的個數多得數不清，包含無窮多個元素。

4-1 集合的定義



- 包含符號 \subset

我們想表示子集合與集合的關係時，常常用包含符號來表示。若集合B是集合A的子集合，我們說集合A包含集合B，常常表示成 $B \subset A$ 。反之，若有一個元素屬於集合B但是不屬於集合A，我們說集合A不包含集合B，常常表示成 $B \not\subset A$ 。

4-1 集合的定義



如果集合A是集合B的子集合，而且集合B是集合A的子集合，我們說集合A等於集合B，表示為 $A=B$ 。

- 1. 字集合：有時候我們只考慮某個集合的所有子集合跟他的關係，這個時候，我們稱這個集合為字集合或母集合。

4-1 集合的定義



- 2. 實數線：數學家發現，一條直線上的所有點所成的集合與所有的實數所構成的集合是一樣的。我們先劃一條直線，選一個點標示為0，在右邊取另一個點標示為1，在0右邊的點而且跟0距離 x ，我們標成 x ，在0左邊的點而且跟0距離 x ，我們標成 $-x$ 。



4-2 集合的運算



在這一節裡面，我們要介紹幾個關於集合的重要運算。所有的運算結果都還是一個集合。

- 范氏圖

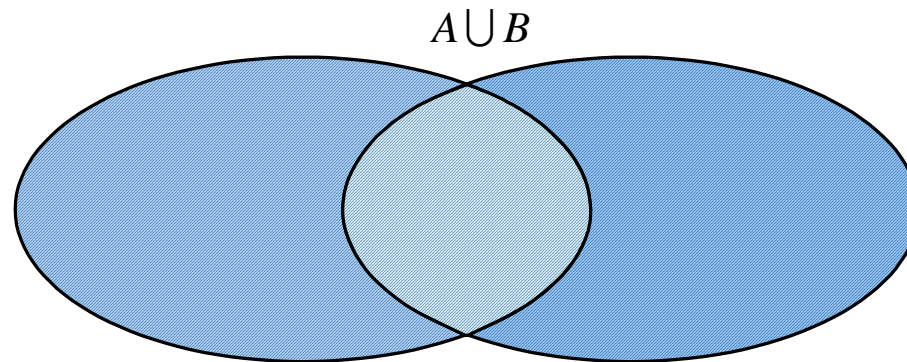
我們在紙上列下所有的元素，然後用一條封閉曲線包圍這些元素來表示一個集合。或者我們用兩個封閉曲線表示兩個集合以及他們之間的關係。這樣的圖形我們稱為范氏圖。

4-2 集合的運算



- 聯 集

集合A與集合B所有的元素所構成的集合，重複的只算一個，這個集合我們稱為集合A與集合B的聯集，我們用 $A \cup B$ 來表示。聯集有點類似數字的加法，這個運算可以對任意多個集合來作。我們用范氏圖來表示，斜線部分就是這些集合的聯集。

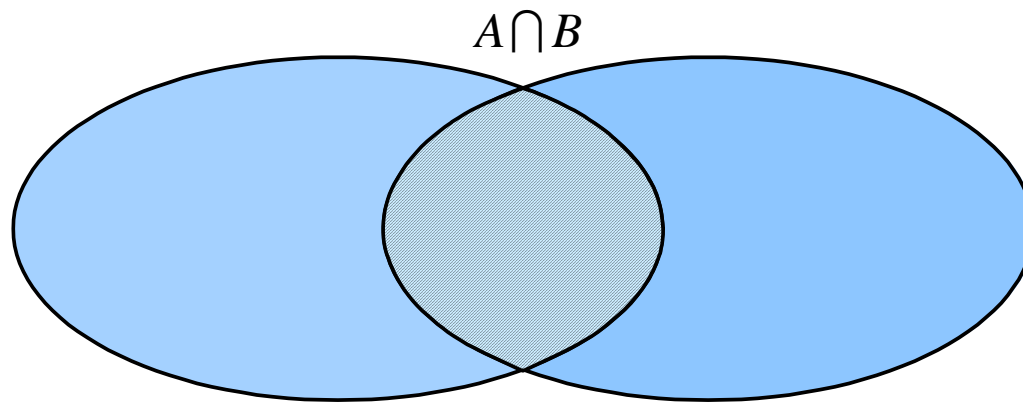


4-2 集合的運算



- 交集

集合A與集合B共同的元素所成的集合，我們稱為集合A與集合B的交集，我們用 $A \cap B$ 來表示。我們用范氏圖來表示這個觀念，斜線部分就是這些集合的交集。

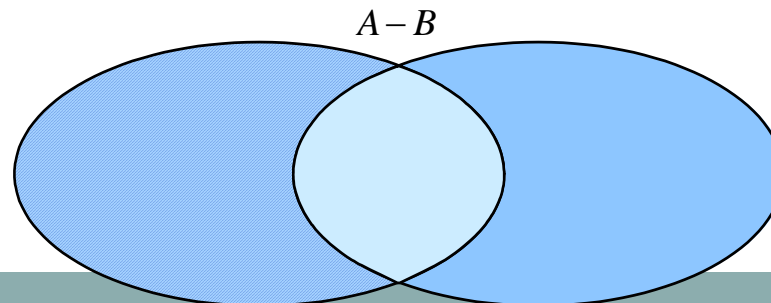


4-2 集合的運算



• 差 集

兩個集合A與集合B，我們將屬於集合A但是不屬於集合B的元素所構成的集合，稱為A與B的差集合(或稱A差集B)，我們用 $A-B$ 符號表示。這個集合 $A-B$ 是集合A的一個子集合。我們將屬於集合B但是不屬於集合A的元素所構成的集合，稱為B與A的差集合(或稱B差集A)，我們用 $B-A$ 符號來表示。這個集合 $B-A$ 是集合B的一個子集合。



4-2 集合的運算



- 補 集

若集合B是字集合A的子集合，那麼對於集合A與集合B的差集合A-B，我們給它一個特別的名稱：集合B在集合A中的補集合。我們用 \bar{B} 符號來表示。