

Chapter 2

不等式

2-1 一元一次不等式



在比較兩實數大小關係時，我們用符號“ $>$ ”表示大於，用符號“ $<$ ”表示小於。此外，我們用符號“ \geq ”表示大於或等於兩種關係，用“ \leq ”表示小於或等於兩種關係。以上符號我們稱為“不等號”，若兩實數式用關係符號 $>$ 、 $<$ 、 \geq 或 \leq 連結，則稱為“不等式”

假設 a, b 皆為實數，若 $a-b$ 為正數，則我們稱 a 大於 b ，記為 $a > b$ ；若 $a-b$ 為負數，則我們稱 a 小於 b ，記為 $a < b$ ；假若 $a-b=0$ ，則我們稱 a 等於 b ，記為 $a=b$ 。以下為實數的大小關係之性質：

2-1 一元一次不等式



假設 a, b, c 皆為實數，則

1. $a < b, a = b, a > b$ 三個方程式恰好有一個方程式成立。(三一律)

2. $a < b$ 且 $b < c \Rightarrow a < c$ (遞移律)

3. $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$ (加法律)

4. 假若 $c > 0$ ，則 $a < b \Leftrightarrow ac < bc$ (乘法律)

5. 假若 $c < 0$ ，則 $a < b \Leftrightarrow ac > bc$ (乘法律)

2-2 一元二次不等式



假設 A, B, C 都是實數， $A \neq 0$ ，如 $Ax^2 + Bx + C > 0$ ， $Ax^2 + Bx + C < 0$ ， $Ax^2 + Bx + C \geq 0$ 及 $Ax^2 + Bx + C \leq 0$ 皆為一元二次不等式，意思即為一個不等式中只有一個未知數且未知數最高次方為二次方。

2-3 二元一次不等式之圖形



二元一次不等式是說在一個不等式裡有兩個未知數，而兩未知數皆為一次方，即稱為二元一次不等式。

二元一次不等式之圖形在 $L: Ax + By + c = 0$ 之何側的判斷：

2-3 二元一次不等式之圖形



- 1. 左、右側半平面之判斷

(1) 若 $A > 0$ 時， $Ax + By + c > 0$ 之圖形在 L 右側之半平面(圖2-1)

$Ax + By + c < 0$ 之圖形在 L 左側之半平面(圖2-1)

(2) 若 $A < 0$ 時， $Ax + By + c > 0$ 之圖形在 L 左側之半平面(圖2-2)

$Ax + By + c < 0$ 之圖形在 L 右側之半平面(圖2-2)

2-3 二元一次不等式之圖形



- 2. 上、下側半平面之判斷

(1) 若 $B > 0$ 時， $Ax + By + c > 0$ 之圖形在 L 上側之半平面(圖2-3)

$Ax + By + c < 0$ 之圖形在 L 下側之半平面(圖2-3)

(2) 若 $B < 0$ 時， $Ax + By + c > 0$ 之圖形在 L 下側之半平面(圖2-4)

$Ax + By + c < 0$ 之圖形在 L 上側之半平面(圖2-4)

2-3 二元一次不等式之圖形

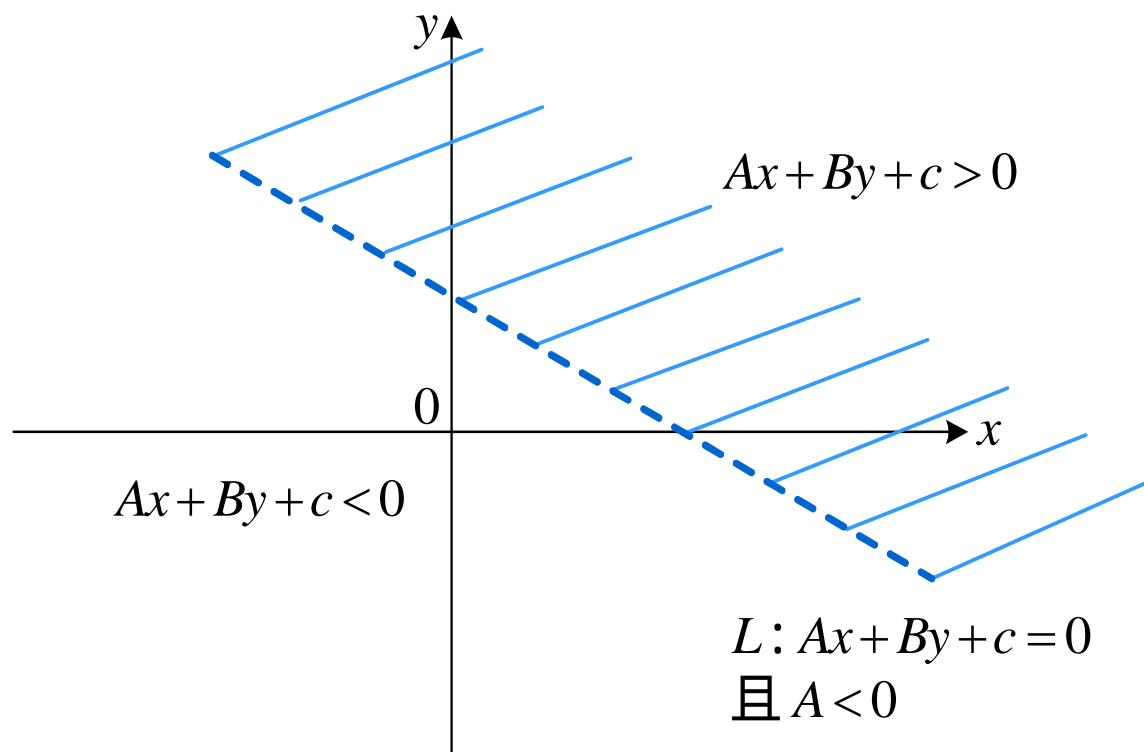


圖2-1

2-3 二元一次不等式之圖形

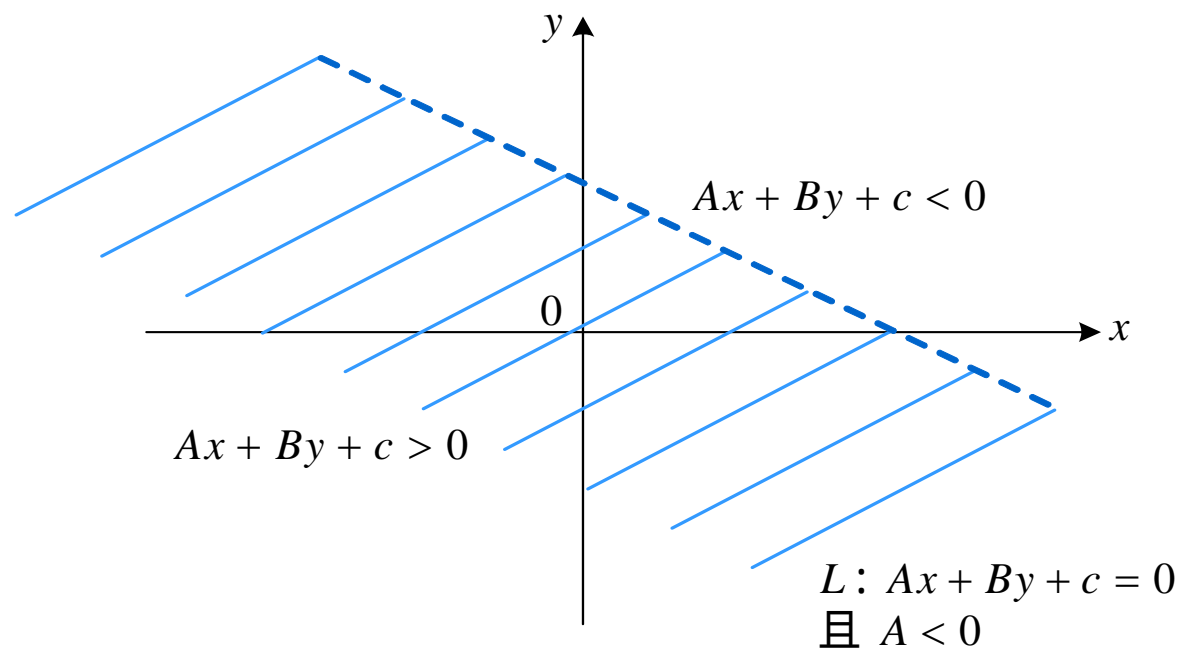


圖2-2

2-3 二元一次不等式之圖形

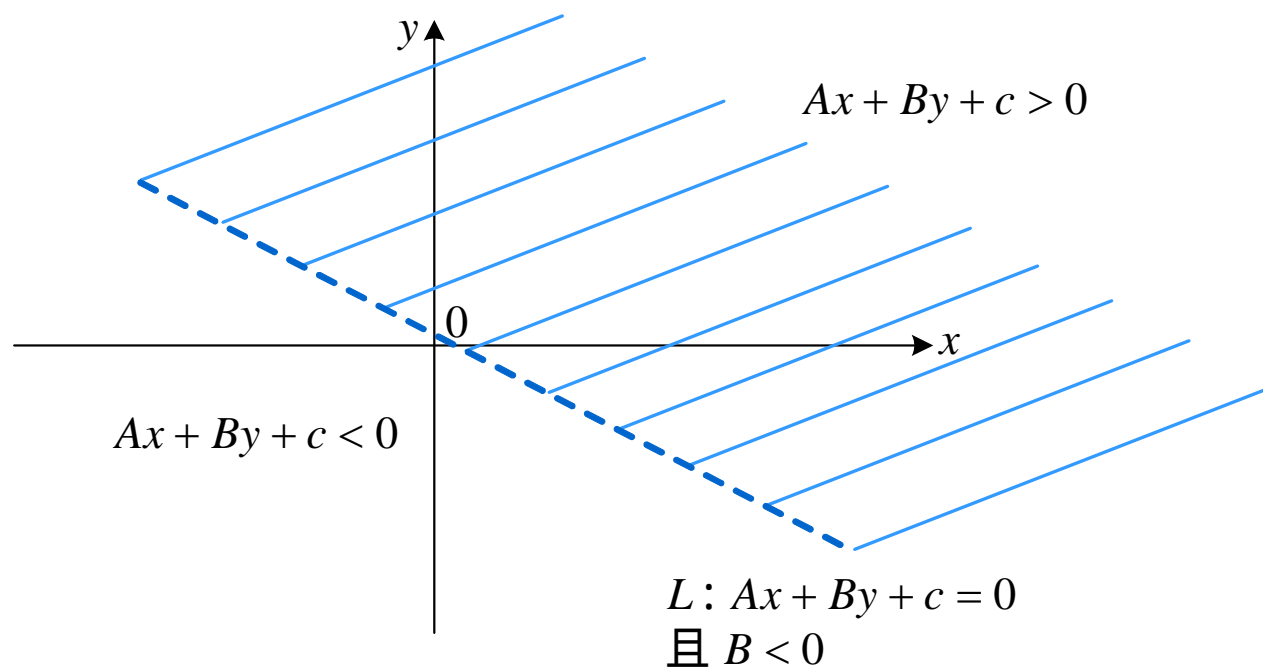


圖2-3

2-3 二元一次不等式之圖形

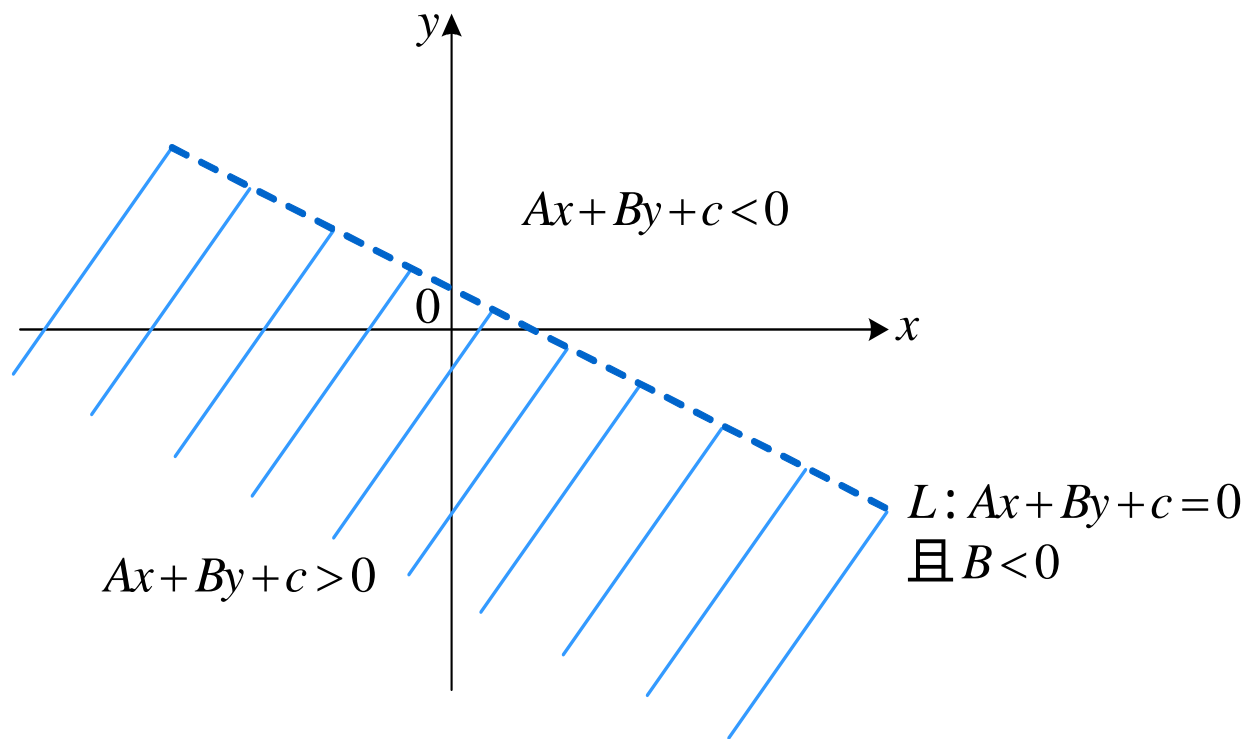


圖2-4