

1.2 集合 (set)

集合就是集團、團體、社團的意思。團體有他的組成成員，如同本班這個團體是由各位同學所共同組成的一樣，班名是這個集團的代號、名稱，而每位同學都是這個團體的組成成員(元素)。

一、集合的表示法：

1.列舉法 ~ 把成員一個個寫出來

數學系一年一班 = { 李遠哲，蘇東坡，.....，一休 }

「數學系一年一班」是集合名稱，「李遠哲」、「蘇東坡」、「一休」是數學系一年一班的「成員」或「元素」，{}是集合代號，又我們可以把學校的社團與參加同學以集合來表達：

登山社 = {1,4,5,6}

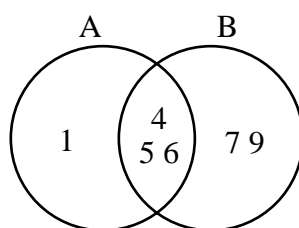
插花社 = {4,5,6,7,9}

電腦社 = {2,3,4,7}

慈善服務社 = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}

2.畫圖法

$A = \{1,4,5,6\}$, $B = \{4,5,6,7,9\}$

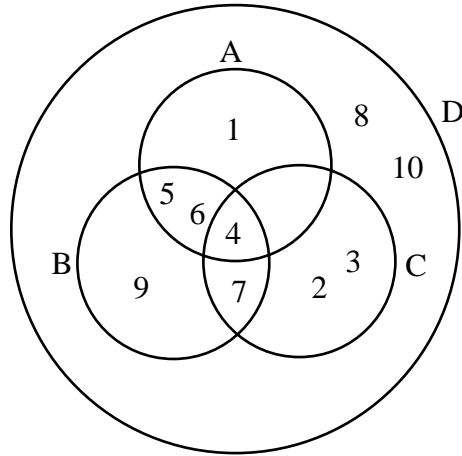


練習：畫圖表示 $B = \{4,5,6,7,9\}$, $C = \{2,3,4,7\}$

練習：畫圖表示 $A = \{1,4,5,6\}$, $C = \{2,3,4,7\}$

討論：畫圖表示

$A = \{1, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$, $C = \{2, 3, 4, 7\}$,
 $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$



PS: 由最小部份開始填起

練習：畫圖表示

$A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 6, 7, 9\}$, $C = \{2, 4, 5, 7\}$,
 $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

3.敘述法 ~ 說明成員的特徵

$$\begin{aligned}
 C &= \{5,10,15,20,25\} \\
 &= \{x \mid x \text{ 可以是 } 5 \text{ 的 } 1 \text{ 倍、} 2 \text{ 倍、} 3 \text{ 倍、} 4 \text{ 倍、} 5 \text{ 倍}\} \\
 &= \{x \mid x=5n, n=1,2,3,4,5\} = \{5n \mid n=1,2,3,4,5\}
 \end{aligned}$$

x 表示組成這個集團的成員， $|$ 表示開始要說明這些成員的特徵

練習： $D=\{3,6,9,12\}$

討論：

$$\begin{aligned}
 C &= \{5,10,15,20,25,\dots\dots\} \\
 &= \{x \mid x \text{ 可以是 } 5 \text{ 的 } 1 \text{ 倍, } 2 \text{ 倍, } 3 \text{ 倍, } \dots\dots\} \\
 &= \{x \mid x=5n, n=1,2,3,4,5,\dots\dots\} \\
 &= \{5n \mid n=1,2,3,4,5,\dots\dots\}
 \end{aligned}$$

成員個數無窮多個的集合稱為無限集合

二、元素與集合的關係：屬於 \in 或不屬於 \notin

(成員)屬於(某一集團)

$A=\{1,4,5,6\}$ 為本班參加登山社同學座號的集合

$\Rightarrow 5 \in A$ 表示5號同學有參加登山社

$2 \notin A$ 表示2號同學沒有參加登山社

三、集合與集合的關係：包含在 \subset 或不包含在 $\not\subset$

(小集團)包含在(大集團裡面)

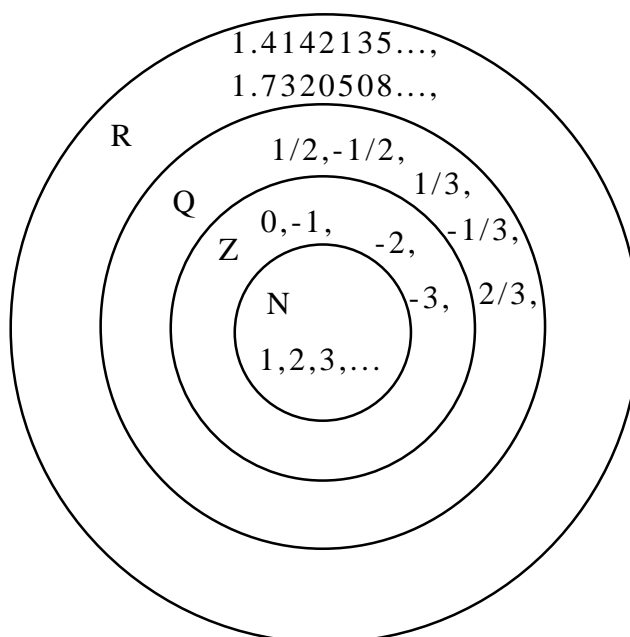
例如： $A=\{1,3,5,7\}$ ， $B=\{4,6,7,9\}$ ， $D=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$$A \subset D, \quad B \subset D, \quad A \not\subset B, \quad B \not\subset A$$

依上例的集合A、B、D，請填入 \in 或 \notin

1 ___ A，2 ___ A，3 ___ A，5 ___ B，6 ___ B，7 ___ B，8 ___ D，9 ___ D

四、實數(real number)(R) ~ 全部數字的集合



$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

自然數(natural number) $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

整數(integer number) $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$

有理數(rational number):

$$Q = \{x \mid x \text{ 可用分數表示} \} = \{q/p \mid p, q \in Z, p \neq 0\}$$

觀察 $\frac{12}{7} = 1.714285714285714285\dots$

因為任何數字除以7的餘數只可能是0, 1, 2, 3, 4, 5, 6這7種可能，所以一直除以7時，餘數一定會在某一步就會跟前面一樣了，所以分數除開後是有規律的。

小數點後有規律性重復的數稱為有理數，「理」表規律的意思，所以能寫成分數的就是有理數；而小數點後沒有規律性重復的數字稱為無理數(irrational number)，無理數無法寫成分數的形態。

討論： $A = \{5, 10, 15, 20, \dots\} = \{5n | n \in \mathbb{N}\}$

練習： $B = \{10, 20, 30, \dots\}$

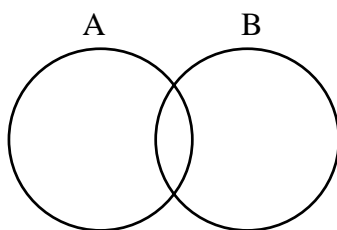
討論： $E = \{0, 2, -2, 4, -4, \dots\} = \{2n | n \in \mathbb{Z}\}$

偶數集合 (even numbers)

練習： 表達奇數集合 (odd numbers)

五、聯集 (union) ~ 合併，聯合成一個更大的集團

登山社、插花社二個社團聯合起來辦踏青露營，這個聯合而成的露營團隊稱為登山社、插花社的聯集



例： $A = \{1, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$, $C = \{2, 3, 4, 7\}$

$A \cup B = \{1, 4, 5, 6, 7, 9\}$

練習： $B \cup C$

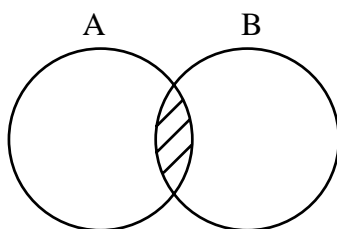
練習： $A \cup C$

練習： $A \cup B \cup C$

六、交集(intersection) ~

「重複出現」在每一個集合的成員(共同成員)

學校中有登山社、插花社，有些同學參加登山社，有些同學參加插花社，而其中又參加登山社又參加插花社的同學，稱為這二個社團的交集



討論： $A = \{1, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$, $C = \{2, 3, 4, 7\}$

$$A \cap B = \{4, 5, 6\}$$

練習： $A \cap C$

練習： $B \cap C$

練習： $A \cap B \cap C$

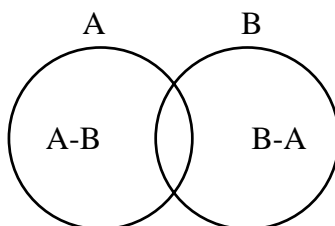
討論： $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$

$$\Rightarrow A \cap B = \{ \quad \} \equiv \emptyset = \text{空集合}$$

練習： $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6\}$

$$\Rightarrow A \cap B =$$

七、差集(difference) ~ 去除、拿掉



$A-B$ = 專屬於A的部份
 = 從A的全部成員中去除有在B的

討論: $A=\{1,4,5,6\}$, $B=\{4,5,6,7,9\}$, $C=\{2,3,4,7\}$,
 $D=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ $\Rightarrow A-B=\{1\}$; $B-A=\{7,9\}$

練習: $A-C=$

$C-A=$

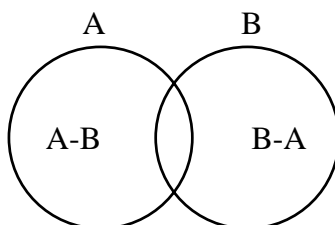
練習: $B-C=$

$C-B=$

練習: $D-A=$

$A-D=$

PS: $(A-B) \cup (B-A) \cup (A \cap B) = A \cup B$



八、 $n(A)$ 表示A集合的元素個素

例如：

$$A = \{1, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(A) = 4,$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 9\} \Rightarrow n(B) =$$

$$C = \{2, 3, 4, 7\} \Rightarrow n(C) =$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow n(D) =$$

九、子集合(subset) ~ 大團體中的小團體

討論：母集合 $\{1, 2\}$ 可以造出的子集合有：

0個元素的子集合： $\{\}$

1個元素的子集合： $\{1\}$ 、 $\{2\}$

2個元素的子集合： $\{1, 2\}$

(母)集合 $\{1, 2\}$ 共有 $4 = 2^2$ 個子集合

練習： $\{1, 2, 3\}$ 的子集合

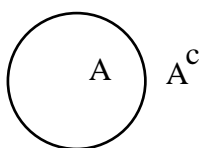
練習： $\{1, 2, 3, 4\}$ 的子集合有幾個？

練習：有10個元素的母集合可以造出多少個子集合？

結論：A集合的元素有 n 個，則A集合有 2^n 個子集合。

十、補集合 (complement) ~

形容反面、外面的(不在裡面的)



例如：觀察丟骰子所得的結果有 1、2、3、4、5、6

如果 $A = \{1, 2\} \Rightarrow A^c = \{3, 4, 5, 6\}$

練習： $A = \{2, 5\} \Rightarrow A^c =$

練習： $A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow A^c =$

假如我們以丟骰子來決定要不要打球：丟 1, 2, 3 則打，其他不打，則我們可以把集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 看作要打球； $A^c = \{4, 5, 6\}$ 看作不打球。我們也可以用 A 來表示燈泡「亮」而 A^c 表示「不亮」

聯集 \cup 表示「或 (or)」；交集 \cap 表示「且 (and)」：

如果以丟骰子來決定要做那些事， $A = \{1, 2\}$ 表示吃飯、 $B = \{3, 4\}$ 表示打球、 $C = \{4, 5, 6\}$ 表示賞鳥，如果投出來的結果知道是落在

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 內則會吃飯「或」打球

$B \cup C = \{3, 4, 5, 6\}$ 內則會打球「或」賞鳥

$B \cap C = \{4\}$ 內則會打球「且」賞鳥

性質：

1. $(A^c)^c = A$

向後轉再向後轉會回到原來，與負負得正想法類似

$$2. (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

A 表洗澡， B 表吃飯， $A \cup B$ 表示要去「洗澡或是吃飯」，而 $(A \cup B)^c$ 表示不去「洗澡或是吃飯」，即不去洗澡也不吃飯

練習： $(A \cup B \cup C)^c$

$$3. (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$A \cap B$ 表示要「洗澡且吃飯」，而 $(A \cap B)^c$ 表示並沒有做到「洗澡而且吃飯」，也就是「沒洗澡」或「沒吃飯」

練習： $(A \cap B \cap C)^c$

例：全班有50位同學， A 表示數學及格的人， $n(A)=20$ ，

B 表示英文及格的人， $n(B)=25$ 。

$A \cap B$ 英文和數學都及格的人有____人

$A \cup B$ 英文及格或數學及格的人有____人

$B - A$ 英文及格但數學不及格的人有____人

$A - B$ 數學及格但英文不及格的人有____人

A^c 數學不及格的人有____人

B^c 英文不及格的人有____人

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$ 兩科都不及格的人有____人

十一、區間~表示一整段的數字所成的集合

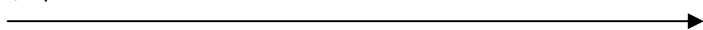
包含端點，有等號時用中括號[]，數線上圖形畫實心；不包含端點，沒有等號時用小括號()，數線上圖形畫空心。

討論：大於 0，小於 1 的所有數字所成的集合，

以集合敘述法表示 $\{x \in R \mid 0 < x < 1\}$ ，

以區間符號表示 $(0, 1)$

在數線上畫圖表示



討論：大於 0，小於 1 的所有數字所成的集合，

以集合敘述法表示 $\{x \in R \mid 0 < x < 1\}$ ，

以區間符號表示 $(0, 1)$

在數線上畫圖表示

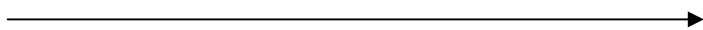


討論：大於等於 0，小於 1 的所有數字所成的集合，

以集合敘述法表示 $\{x \in R \mid 0 \leq x < 1\}$ ，

以區間符號表示 $[0, 1)$

在數線上畫圖表示

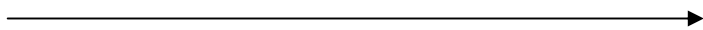


討論：大於 0，小於等於 1 的所有數字所成的集合，

以集合敘述法表示 $\{x \in R \mid 0 < x \leq 1\}$ ，

以區間符號表示 $(0, 1]$

在數線上畫圖表示

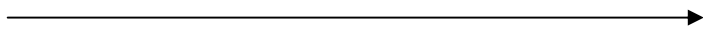


討論：從 0 到 1 的所有數字所成的集合，

以集合敘述法表示 $\{x \in R \mid 0 \leq x \leq 1\}$ ，

以區間符號表示 $[0, 1]$

在數線上畫圖表示



練習：

| 區間符號 | 集合敘述法 | 數線上畫圖表示 |
|---------------|-------------------------------------|---------|
| $(\infty, 5)$ | $\{x \in R \mid x < 5\}$ | |
| $[2, \infty)$ | $\{x \in R \mid 2 \leq x\}$ | |
| | $\{x \in R \mid 3 \leq x < 4\}$ | |
| | $\{x \in R \mid -2 \leq x \leq 1\}$ | |
| $[1, 4]$ | | |
| $(3, 5]$ | | |
| | $\{x \in R \mid -3 \leq x\}$ | |

練習：求下列各區間的交集與聯集

1. $[1, 3] \cap [2, 4] =$

7. $[1, 3] \cup [2, 4] =$

2. $(1, 3) \cap [2, 4] =$

8. $(1, 3) \cup [2, 4] =$

3. $[1, 5] \cap [2, 3) =$

9. $[1, 5] \cup [2, 3) =$

4. $[1, 2] \cap [2, 4] =$

10. $[1, 2] \cup [2, 4] =$

5. $(1, 2) \cap [2, 4] =$

11. $(1, 2) \cup [2, 4] =$

6. $(1, 3) \cap (2, 4) =$

12. $(1, 3) \cup (2, 4) =$

