

5.2 函數的圖形 (graph)

描點

函數是種因得果，而平面上的點有2個坐標，如果把因放第1(x)坐標，種這個因所得的果放第2(y)坐標則可以在平面上畫點，而點畫得愈多則愈容易看到整個圖形的實際形狀

函數 $f(x)$

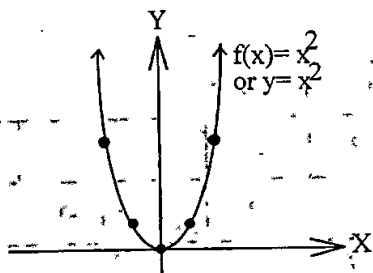
圖形點 = (因, 果) = $(x, f(x))$

討論：平方函數 $f(x) = x^2$ 的圖形

因 x	0	1	-1	2	-2	3	-3
果 $f(x)$	0	1	1	4	4	9	9

種0得0所以在(0,0)描一點、種1得1所以在(1,1)描一點、種-1得1所以在(-1,1)描一點、種2得4所以在(2,4)描一點、種-2得4所以在(-2,4)描一點。

一直種因得果描點下去，描的點愈多，愈能看出平方函數的圖形是一條曲線，稱為平方函數的圖形。(不是只描幾個點後把這些點用直線連起來)



在標示函數圖形時，可採用函數型標示法 $f(x) = x^2$ ，或坐標型標示法 $y = x^2$ ，表示在這條曲線上的點有共同的特徵：

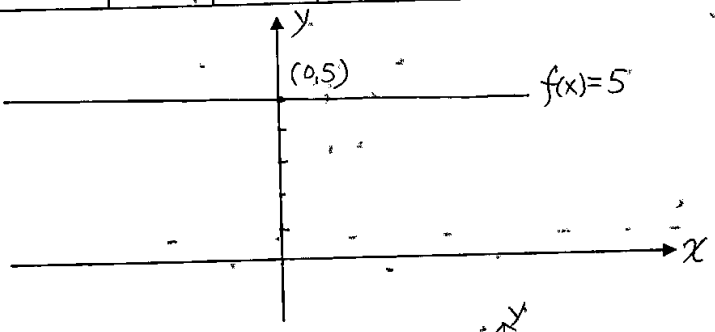
y 坐標剛好會是 x 坐標的 2 次方

討論：(4,16)在曲線上，(4,15)在曲線下方，(4,17)在曲線上方

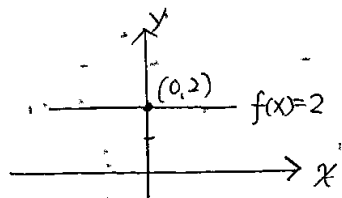
一、常數函數

討論： $f(x) = 5$ 圖形

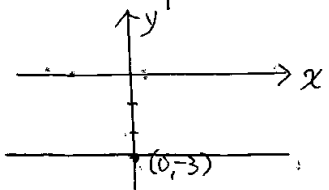
因 x	-3	-2	-1	0	1	2	3
果 $f(x)=5$	5	5	5	5	5	5	5



練習： $f(x) = 2$ 圖形



練習： $f(x) = -3$ 圖形

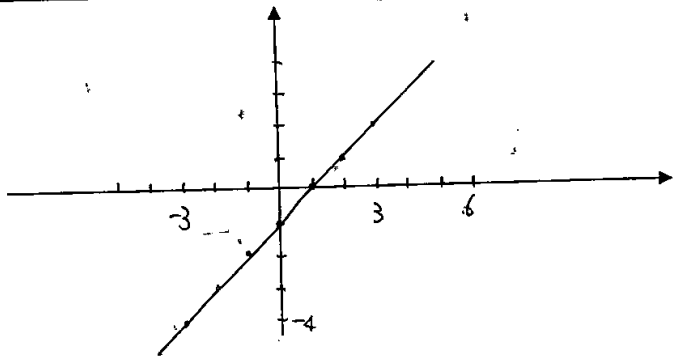


二、一次函數

討論： $f(x) = x - 1$

x 演不同的值， $x-1$ 就有不同的結果

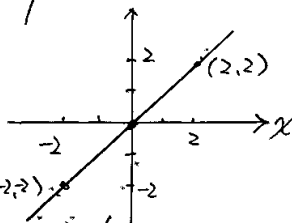
因 x	-3	-2	-1	0	1	2	3
果 $f(x)=x-1$	-4	-3	-2	-1	0	1	2



9

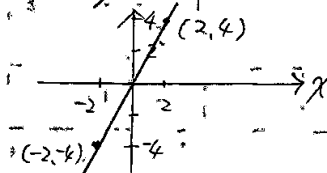
練習: $f(x) = x$ 圖形

x	-2	0	2
$y=f(x)$	-2	0	2



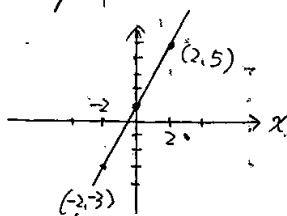
練習: $f(x) = 2x$ 圖形

x	-2	0	2
$y=2x$	-4	0	4



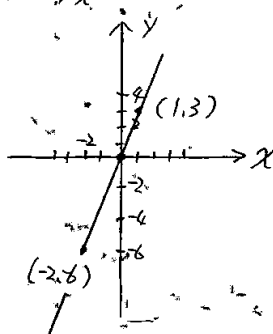
練習: $f(x) = 2x+1$ 圖形

x	-2	0	2
$y=2x+1$	-3	1	5



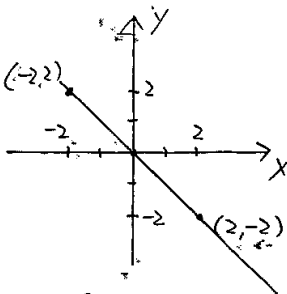
練習: $f(x) = 3x$ 圖形

x	-2	0	1
$y=3x$	-6	0	3



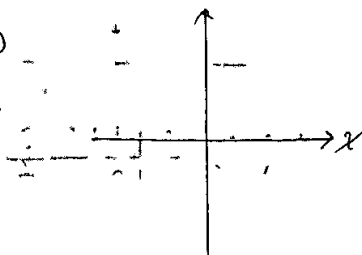
練習: $f(x) = -x$ 圖形

x	-2	0	2
$y=-x$	2	0	-2



練習: $f(x) = -2x$ 圖形

x	-1	0	2
$y=-2x$	2	0	-4



練習: $f(x) = -2x+1$ 圖形

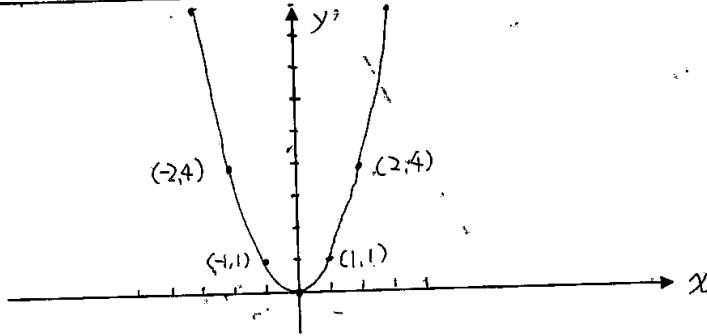
$y <$

$\frac{1-1}{6} = 0$

三、二次函數

討論：平方函數 $f(x) = x^2$ 的圖形

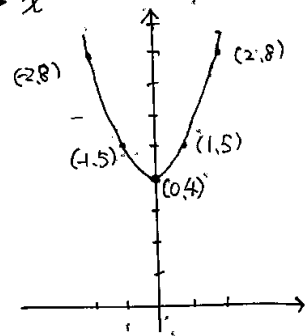
因 x	0	1	-1	2	-2	3	-3
果 $f(x)$	0	1	1	4	4	9	9



練習： $f(x) = x^2 + 4$ 圖形

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	8	5	4	5	8

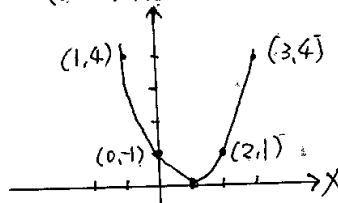
(x^2 圖形上移 4)



練習： $f(x) = (x-1)^2$ 圖形

x	-2	-1	0	1	2	3
$(x-1)^2$	9	4	1	0	1	4

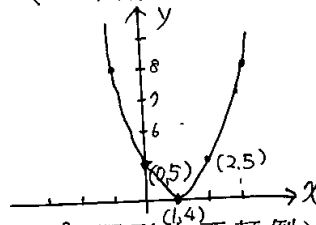
(x^2 圖形右移 1)



練習： $f(x) = (x-1)^2 + 4$ 圖形

x	-2	-1	0	1	2	3
$(x-1)^2 + 4$	13	8	5	4	5	8

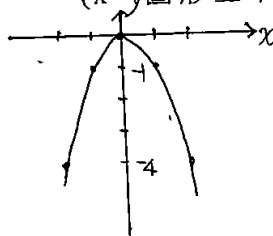
(x^2 圖形右移 1 後上移 4)



練習： $f(x) = -x^2$ 圖形

x	-2	-1	0	1	2
$-x^2$	-4	-1	0	-1	-4

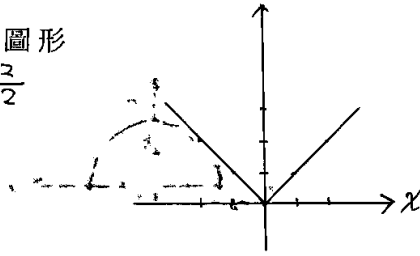
(x^2 圖形上下顛倒)



四、其他函數

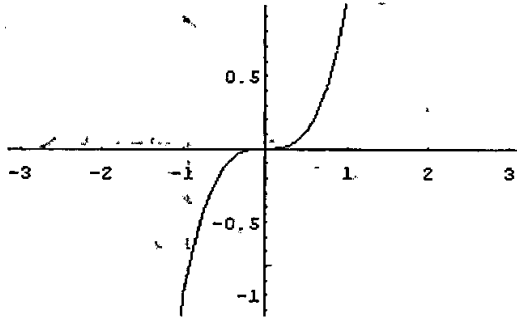
練習: $f(x) = |x|$ 圖形

x	-2	-1	0	1	2
$ x $	2	1	0	1	2



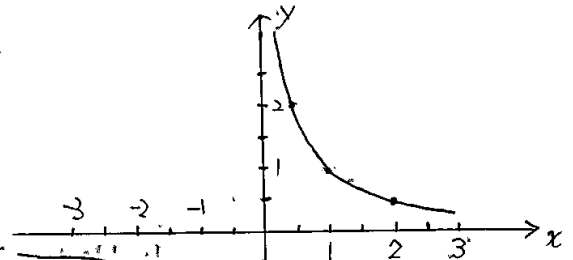
討論: $f(x) = x^3$ 圖形

因 x	0	1	-1	2	-2	3	-3
果 $f(x)$	0	1	-1	8	-8	27	-27



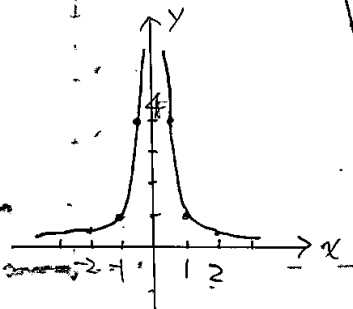
練習: $f(x) = \frac{1}{x}$ 的圖形

x	$\frac{1}{2}$	1	2	3	$-\frac{1}{2}$	-1	-2
$\frac{1}{x}$	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$



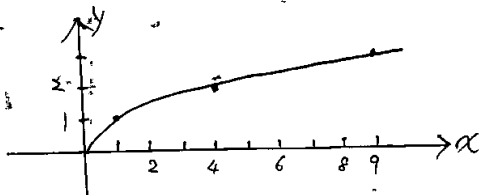
練習: $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 的圖形

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{4}$	1	4	4	1	$\frac{1}{4}$



練習: $f(x) = \sqrt{x}$ 的圖形

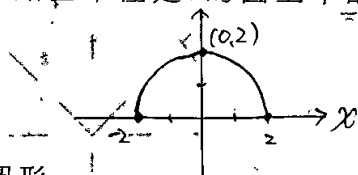
x	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	1	4	9
\sqrt{x}	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3



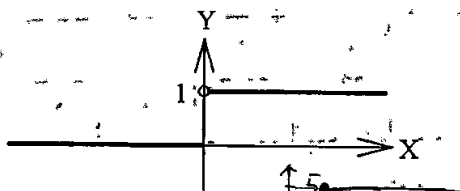
練習: $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ 的圖形

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{3}$	0

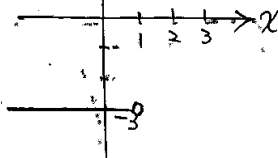
(圓心在原點且半徑是2的圓上半部)



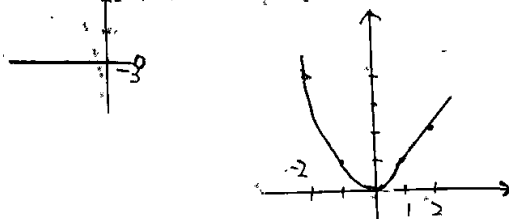
討論: $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \leq 0 \\ 1, & \text{if } x > 0 \end{cases}$ 圖形



練習: $f(x) = \begin{cases} 5, & x \leq 1 \\ -3, & x > 1 \end{cases}$ 圖形



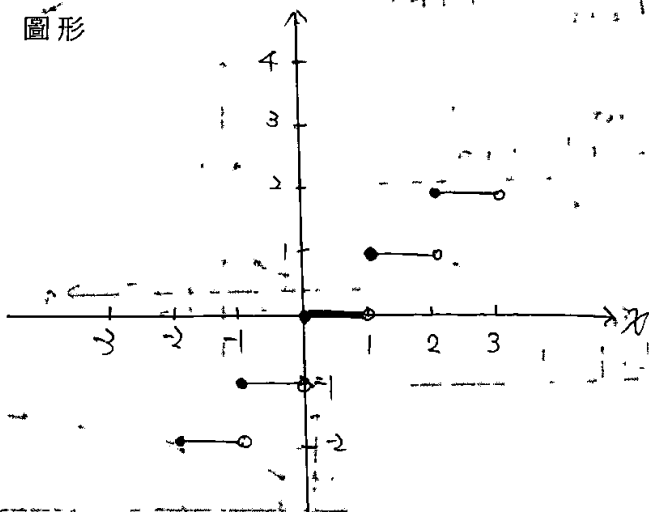
練習: $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$ 圖形



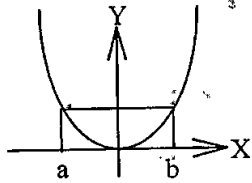
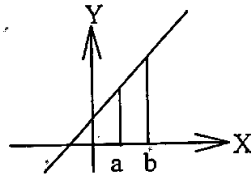
練習: 高斯 (gauss) 符號 $[x]$ = 不能超過 x 的最大整數

例 $[3.4]=3, [1.3]=1, [0.1]=0, [-0.1]=-1, [-2.5]=-3$

畫 $f(x) = [x]$ 圖形



五、1對1函數：種不同因會得不同果

 $f(x)=x^2$ 不是 1-1 $f(x)=x+i$ 是 1-1

可如此描述 1-1 函數：

若 $a \neq b$ 則 $f(a) \neq f(b)$ (不同因得不同果)或 若 $f(a) = f(b)$ 則 $a = b$ (果同則因必同)練習： $f(x)=x^3$ 是 1-1 函數嗎？ $f(x)=x^4$ 是 1-1 函數嗎？

是 1-1 函數

不是 1-1 函數