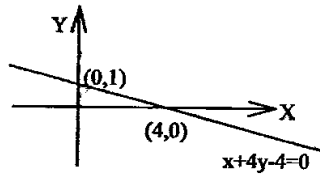


### 1.3 直線的圖形

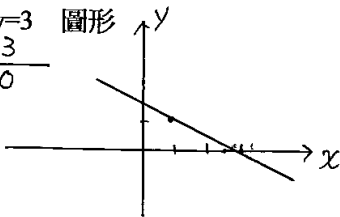
一、畫直線圖形 ~ 找二個通過點

討論:  $x+4y=4$  的圖形通過  $(0,1)$ 及 $(4,0)$



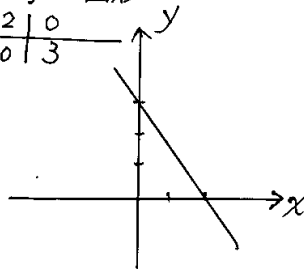
練習:  $x+2y=3$  圖形

$$\begin{array}{r|l|l} x & 1 & 3 \\ \hline y & 1 & 0 \end{array}$$



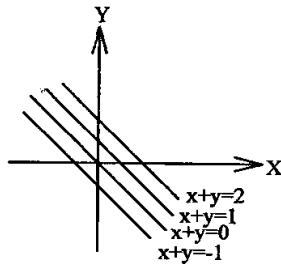
練習:  $3x+2y=6$  圖形

$$\begin{array}{r|l|l} x & 2 & 0 \\ \hline y & 0 & 3 \end{array}$$



練習: 畫下列四條直線的圖形 :

$$x+y=-1 \quad , \quad x+y=0 \quad , \quad x+y=1 \quad , \quad x+y=2$$



練習: 畫下列四條直線的圖形 :

$$x-y=-1 \quad , \quad x-y=0 \quad , \quad x-y=1 \quad , \quad x-y=2$$

## 二、直線性質：

1. 斜率可以表示「平均變動率」

討論：自己2歲時身高有65公分，5歲時身高有110公分，平均一年長高幾公分呢？

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{110 - 65}{5 - 2} = 15$$

練習：函數  $f(x) = x^2$  在  $x=2$  時到  $x=5$  時的平均變動率  $\Rightarrow 7$ 

$$\frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = \frac{5^2 - 2^2}{5 - 2} = \frac{25 - 4}{3} = 7$$

練習：高鐵啟動一分鐘時時速60km，五分鐘時時速220km，請問一到五分鐘的平均變動率 = ?

$$\frac{220 - 60}{5 - 1} = \frac{160}{4} = 40. \quad \text{平均變動率 一分鐘 } 40 \text{ km}$$

2. 斜率相同則是平行或同一直線

$$x - y = 1 ; 2x - 2y = 2 \quad \text{同一直線}$$

$$x - y = 1 ; 2x - 2y = 3 \quad \text{是二平行直線}$$

討論：過點(2,1)且平行於  $x + 2y + 1 = 0$  的直線

$$x + 2y + 1 = 0 \Rightarrow 2y = -x - 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad \text{所以斜率} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{y - 1}{x - 2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2y - 2 = -x + 2 \Rightarrow x + 2y - 4 = 0$$

練習：過點(2,1)且平行於  $x + 3y + 1 = 0$  的直線

$$x + 3y + 1 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \quad \therefore m = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{y - 1}{x - 2} = -\frac{1}{3} \Rightarrow 3y - 3 = -x + 2 \Rightarrow x + 3y = 5$$

練習：過點(2,1)且平行於  $3x + y + 1 = 0$  的直線

$$3x + y + 1 = 0$$

$$3x + y + 1 = 0 \Rightarrow y = -3x - 1 \quad \therefore m = -3$$

$$\frac{y - 1}{x - 2} = -3 \Rightarrow y - 1 = -3x + 6$$

$$\Rightarrow 3x + y = 7$$

3. 斜率相乘是 -1 則 兩線相互垂直

$$m_1 \times m_2 = -1 \Leftrightarrow \text{二線互相垂直}$$

討論：  $2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$  ,  $3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$  ,  $5 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -1$  ,  $-7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right) = -1$  ,  $\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$

討論： 與斜率3直線垂直的直線斜率是  $\left(-\frac{1}{3}\right)$

練習： 與斜率  $\left(\frac{1}{2}\right)$  直線垂直的直線斜率是? -2

討論： 過點(2,1)且垂直於  $x+2y+1=0$  的直線

$$x+2y+1=0 \Rightarrow 2y=-x-1 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2} \text{ 所以斜率} = -\frac{1}{2}$$

與它垂直的直線，斜率=2

$$\frac{y-1}{x-2} = 2 \Rightarrow y-1=2x-4 \Rightarrow 2x-y-3=0$$

練習： 過點(2,1)且垂直於  $x+3y+1=0$  的直線

$$x+3y+1=0 \Rightarrow 3y=-x-1 \Rightarrow y=-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3} \therefore m = -\frac{1}{3}, \text{ 垂直它的直線斜率} = 3$$

$$\frac{y-1}{x-2} = 3 \Rightarrow y-1=3x-6 \Rightarrow y=3x-5$$

練習： 過點(2,3)且垂直於  $-4x+y+1=0$  的直線

$$-4x+y+1=0 \Rightarrow y=4x-1, m=4, \text{ 垂直它的直線斜率} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{y-3}{x-2} = -\frac{1}{4} \Rightarrow 4y-12=-x+2 \Rightarrow x+4y=14$$

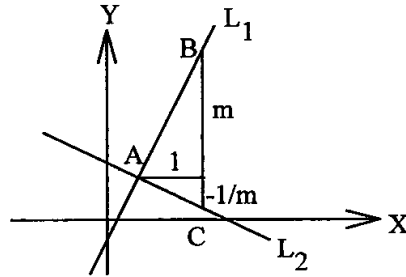
練習： 過點(1,5)且垂直於  $x+2y-5=0$  的直線

$$x+2y-5=0 \Rightarrow 2y=-x+5 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}, m=-\frac{1}{2}, \text{ 垂直它的斜率} = 2$$

$$\frac{y-5}{x-1} = 2 \Rightarrow y-5=2x-2 \Rightarrow y=2x-3$$

原理說明：

考慮斜率含意：斜率是 $m$ 表示當 $x$ 變動量是1時則 $y$ 變動量是 $m$ ，斜率是 $-1/m$ 表示當 $x$ 變動量是1時則 $y$ 變動量是 $-1/m$



$$\begin{aligned} (\overline{AB})^2 + (\overline{AC})^2 &= (\sqrt{1+m^2})^2 + (\sqrt{1+(1/m)^2})^2 \\ &= 1+m^2 + 1 + \frac{1}{m^2} = \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 = (\overline{BC})^2 \end{aligned}$$

符合畢氏定理所以是直角三角形