

1.4 兩直線的交點

兩直線的交點 ~ 斜率不同時會有一個交點

討論: 直線: $L_1: x+y=1$ 與 $L_2: x-y=3$ 的交點

交點在直線 L_1 上 \Rightarrow 符合方程式 $x+y=1$ 且

交點在直線 L_2 上 \Rightarrow 符合方程式 $x-y=3$

$\Rightarrow x=2, y=-1 \Rightarrow$ 交點是 $(2, -1)$

$$\begin{cases} x+y=1 \dots (1) \\ x-y=3 \dots (2) \end{cases} \quad \text{兩式相加 } 2x=4 \Rightarrow x=2 \text{ 代入(1)} \Rightarrow 2+y=1 \Rightarrow y=-1$$

練習: 直線: $L_1: x+y=2$ 與 $L_2: x-y=1$ 的交點

$$\begin{cases} x+y=2 \dots \textcircled{1} \\ x-y=1 \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} \Rightarrow 2x=3, x=\frac{3}{2} \text{ 代入 } \textcircled{1} \Rightarrow \frac{3}{2} + y = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

練習: 直線: $L_1: x+y=3$ 與 $L_2: 2x-3y=1$ 的交點

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \times 2 \Rightarrow 2x+2y=6 \\ \quad \quad \quad 2x-3y=1 \\ \hline \quad \quad \quad 5y=5 \\ \quad \quad \quad \therefore y=1 \end{array} \quad \begin{array}{l} y=\frac{3}{5} \text{ 代入 } x+\frac{3}{5}=3 \\ \Rightarrow x=\frac{12}{5} \end{array} \quad \therefore \text{交點 } \left(\frac{12}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

練習: 直線: $L_1: 3x-2y=9$ 與 $L_2: 2x-3y=1$ 的交點

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \times 2 \Rightarrow 6x-4y=18 \\ -) \textcircled{2} \times 3 \Rightarrow 6x-9y=3 \\ \hline \quad \quad \quad 5y=15 \\ \quad \quad \quad \therefore y=3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{代入 } 3x-2 \cdot 3=9 \\ \Rightarrow 3x-6=9 \\ \Rightarrow 3x=15 \\ \therefore x=5 \end{array} \quad \text{交點 } (5, 3)$$

練習: 求右列兩直線的交點 $\begin{cases} x+3y=1 \dots \textcircled{1} \\ 2x+4y=0 \dots \textcircled{2} \end{cases} \Rightarrow (-2, 1)$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \times 2 \Rightarrow 2x+6y=2 \\ \quad \quad \quad 2x+4y=0 \\ \hline \quad \quad \quad 2y=2 \\ \quad \quad \quad \therefore y=1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x+3 \cdot 1=1 \\ \Rightarrow x+3=1 \\ \Rightarrow x=-2 \end{array} \quad \therefore \text{交點 } (-2, 1)$$

練習: 求右列兩直線的交點 $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Rightarrow x=2, y=1$

練習：求右列兩直線的交點 $\begin{cases} 2x+4y=10 \text{ --- ①} \\ x+3y=7 \text{ --- ②} \end{cases} \Rightarrow (1, 2)$

$$\begin{array}{r} \text{①} : 2x+4y=10 \\ - \text{②} \times 2 : 2x+6y=14 \\ \hline -2y=-4 \\ y=2. \end{array} \quad \begin{array}{l} y=2 \text{ 代入 } 2x+4y=10 \\ \Rightarrow 2x+8=10 \\ \Rightarrow 2x=2 \\ \Rightarrow x=1 \end{array} \quad \therefore \text{交點}(1, 2).$$

練習：求右列兩直線的交點 $\begin{cases} 2x-y=7 \text{ --- ①} \\ x+5y=20 \text{ --- ②} \end{cases} \Rightarrow (5, 3)$

$$\begin{array}{r} \text{①} : 2x-y=7 \\ - \text{②} \times 2 : 2x+10y=40 \\ \hline -11y=-33 \\ y=3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x-3=7 \\ \Rightarrow 2x=10 \\ x=5 \end{array} \quad \therefore \text{交點在}(5, 3)$$

討論：求右列兩直線的交點 $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+2y=6 \end{cases}$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R}, y=3-x \quad \text{or} \quad y \in \mathbb{R}, x=3-y$$

練習：求右列兩直線的交點 $\begin{cases} x+3y=1 \\ 2x+6y=2 \end{cases}$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R}, y = \frac{1-x}{3} \quad \text{or} \quad y \in \mathbb{R}, x=1-3y$$

練習：求右列兩直線的交點 $\begin{cases} x+5y=2 \text{ --- ①} \\ 2x+10y=4 \text{ --- ②} \end{cases}$

$$\text{①} \times 2 \Rightarrow 2x+10y=4 \text{ 與 ② 式相同, } \therefore \text{為同一條直線, 有無限多交點}$$

討論：直線： $L_1: x+y=1$ 與 $L_2: x+y=3$ 的交點

$$\begin{array}{r} x+y=1 \\ - \text{②} : x+y=3 \\ \hline 0=-2 \text{ (不合)}$$

練習：求右列兩直線的交點 $\begin{cases} x+5y=2 \text{ --- ①} \\ 2x+10y=6 \text{ --- ②} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 2 : 2x+10y=4 \\ - \text{②} : 2x+10y=6 \\ \hline 0=-2 \text{ (不合)}$$

練習：求右列兩直線的交點 $\begin{cases} x+3y=1 \text{ --- ①} \\ 2x+6y=3 \text{ --- ②} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 2 \Rightarrow 2x+6y=2 \\ - \text{②} : 2x+6y=3 \\ \hline 0=-1 \text{ (不合理)}$$