

練習 1

I. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$

1. A 的階數 = 3×2

2. $a_{12} = 4$ $a_{31} = 0$ $a_{11} = 2$

3. $A_{1.} = [2 \ 4]$ $A_{2.} = [-1 \ 3]$ 5. $2 \cdot A = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -2 & 6 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$

4. $A_{.1} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $A_{.2} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$

II. $B = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -9 & 7 \end{bmatrix}$

1. B 的階數 2×2

2. $b_{11} = 1$ $b_{12} = 9$ $b_{21} = -9$ $b_{22} = 7$

3. $B_{1.} = [1 \ 9]$ $B_{2.} = [-9 \ 7]$

4. $B_{.1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -9 \end{bmatrix}$ $B_{.2} = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix}$

5. $3 \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & 27 \\ -27 & 21 \end{bmatrix}$

III. $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}$

1. C 的階數 2×3

2. $c_{11} = 3$ $c_{12} = 0$ $c_{13} = -1$
 $c_{21} = 7$ $c_{22} = 4$ $c_{23} = 7$

3. $C_{1.} = [3 \ 0 \ -1]$ $C_{2.} = [7 \ 4 \ 7]$

$C_{.1} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ $C_{.2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ $C_{.3} = \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \end{bmatrix}$

IV. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 7 & 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 11 & 9 & 13 \end{bmatrix}$

五. $5 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 15 \\ 25 & 35 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 7 & 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 14 \\ 2 & 0 & 8 \end{bmatrix}$

練習2.

一. 在下列矩陣的右下方寫上矩陣的階數.

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad [5]_{1 \times 1} \quad [1 \ 3 \ 5 \ 7]_{1 \times 4} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 & 7 \\ 3 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 4} \quad \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -1 & 6 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

=

$$\textcircled{1} \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix}_{1 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = [2+3]_{1 \times 1} = [5]$$

$$\textcircled{2} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = [2+0+5]_{1 \times 1} = [7]$$

$$\textcircled{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = [14-4+15]_{1 \times 1} = [25]$$

$$\textcircled{4} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} 2+3 \\ 4+1 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{5} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 2+0+5 \\ 8+0+2 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{6} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 14-4+15 \\ 7+0+25 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} 25 \\ 32 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2+3 & 5+6 \\ 4+1 & 10+2 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{8} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = [2+0+5 \quad 4+6+5]_{1 \times 2} = [7 \quad 15]$$

練習 3.

$$B = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -1 \\ 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

(1) 矩陣 B 的階數: 2×3

(2) $b_{22} = 6$, $b_{13} = -1$

(3) $B_{21} = [1 \ 6 \ 0]$, $B_{12} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

(4) $B^T = \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 6 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

三. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

四. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

五. $5 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 20 \end{bmatrix}$

六. (1) $[1 \ 8] \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = [2+0] = [2]$

(2)

$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [5 \ 1] = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

七. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-4 & -10+10 \\ 2-2 & -4+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

八. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

九. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

十. 判斷下列矩陣

那些是單位矩陣: I

那些是零^矩陣: G

那些是方陣: G, H, I, A, B, C, D, F

那些是對稱矩陣: G, I, A, B

那些是反對稱矩陣: G, H, D

$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 7 & 6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 8 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $E = [1 \ 3]$, $F = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

十一. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$

1) $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

3) $A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$

十二. 計算下列各行列式值

1). $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1$

$\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 15 - 8 = 7$

2). $\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

3). $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -9 + 4 + 8 - (-8) - 6 - 6$

練習 4.

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 9 + 4 + 0 - 8 - 6 - 0 = -1$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$5) \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -4 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2[-2 + 0 + 0 - (2 - 4 - 0)]$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 & 5 \\ 2 & 6 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 0 & 2 \\ 4 & 8 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 36$$

∵ 第 3 行元素全部都是 0

$$\begin{vmatrix} 3 & 33 & 333 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 5 & 7 & -9 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

∵ 第 2, 4 行成比例

$$6) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$7) \begin{vmatrix} 7 & 77 & 777 \\ \sqrt{7} & \sqrt{77} & \sqrt{777} \\ 8 & 88 & 888 \end{vmatrix} = 0$$

∵ 第一、三列成比例

$$X = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}} = -1$$

組:

$$1) \begin{cases} x+2y+5z=1 \\ 2x-y+z=7 \\ 3x+5y-z=4 \end{cases}$$

$$Y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}} = -$$

$$2) \begin{cases} 2x+3y+z=2 \\ x+2y-z=-1 \\ x+y+2z=4 \end{cases}$$

$$Z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}} = -$$

$$3) \begin{cases} x+y=3 \\ 2x+2y=6 \end{cases} \text{ 無限多解}$$

$$4) \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+4y=6 \end{cases} \text{ 無限多解}$$

$$5) \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+4y=5 \end{cases} \text{ 無解}$$

十三、用 行列式解方程

※兩面皆有題目※

班級：

姓名：

學號：

練習 5.

1). $A = [-5] \Rightarrow |A| = -5$

$B = [5] \Rightarrow |B| = 5$

2). $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 15 - 8 = 7$

3). $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 0 - 4 \cdot 1 \cdot 2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 - 3 \cdot 1 \cdot 0$
 $= 9 + 4 + 0 - 8 - 6 - 0 = 0$

4). $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$

5). $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 & 5 \\ 2 & 6 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \\ 3 & 7 & 2 \end{vmatrix}$

6). $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 6 \cdot 20 = 120$

7). $\begin{vmatrix} 7 & 14 & 777 \\ \sqrt{7} & 2\sqrt{7} & \sqrt{777} \\ 3 & 6 & 333 \end{vmatrix} = 0$ ∵ 第一列與第三列成比例.

8). $\begin{vmatrix} 35 & 50 \\ 49 & 77 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 5 & 50 \\ 7 & 77 \end{vmatrix} = 7 \cdot 7 \cdot 5 \begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 1 & 11 \end{vmatrix} = 49 \cdot 5 (11 - 10) = 49 \cdot 5 = 245$

9). $\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

求下列行列式的值：

$$1. \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) - 4 \cdot 5 = -2 - 20 = -22$$

$$2. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 - 6 + 40 - 0 - 8 - 6 = 20$$

$$3. \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0 + 6 + 8 - 0 - 40 + 6 = -20$$

(題3 矩陣是題2 的兩列互換)

$$4. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 10 + 20 + 20 - 4 - 10 = 20$$

(題4 矩陣是題2 的第一列乘2加到第二列)

$$5. \begin{vmatrix} -2 & -4 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 12 - 80 - 0 + 16 + 12 = -40$$

(題5 矩陣是題2 的第一列乘-2)

$$6. \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 5 & 6 & 4 & 7 \\ 5 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} \text{ 使用第2行降階展開} = -6 \times \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 18 & -2 \\ 1 & 4 & 5 & 4 \\ 9 & 15 & 3 & 12 \end{vmatrix} = 0$$

(第四列是第一列的3倍)

$$8. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 4 & 9 & 22 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

$$9. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 9 & 11 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (-3) \cdot 4$$

$$10. \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ -2 & 1 & 3 & 4 & 15 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-7) \cdot (-2)$$

$$11. \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} (-3) \cdot \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\ = (-3) \cdot 2 \cdot (-4) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot 1 =$$

求矩陣運算：

$$12. \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 7 & 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-(-1) & 2-0 & 3-3 \\ 4-7 & 5-4 & 6-7 \end{bmatrix}$$

$$13. \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 9 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$14. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+0+6 & 2+0+3 \\ 0+10+2 & 0+8+1 \\ -3+10+0 & 6+8+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 12 & 9 \\ 7 & 14 \end{bmatrix}$$

$$15. \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$16. \begin{bmatrix} 2 & 0 & 9 \\ -1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 9 \\ -1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$17. A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

求 (1) $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

(3) $B^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

(2) $A^{-1} =$

(4) $B^{-1} =$

解聯立方程組：

$$18. \begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + y + z = 6 \\ x + y - 2z = -1 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + y + z = 6 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x + y + z + w = 5 \\ 2x + y - 3z - w = 4 \\ x - 3y - z + w = -3 \\ 3x - y - z - w = -3 \end{cases}$$