

m4ans2.pdf

$$一、A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -9 & 7 \end{bmatrix}$$

1. 矩陣 A 的階數 = 2×2

$$2. a_{12} = 9 \quad a_{21} = -9 \quad a_{22} = 7$$

$$3. A_{1\bullet} = [1 \ 9] \quad A_{\bullet 2} = [-9 \ 7]$$

$$4. A_{\bullet 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -9 \end{bmatrix} \quad A_{\bullet 2} = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$5. 3 \cdot A = \begin{bmatrix} 3 & 27 \\ -27 & 21 \end{bmatrix}$$

$$6. A^T = \begin{bmatrix} 1 & -9 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$$

二、計算下列各矩陣運算

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 7 & 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+3 & 2+0 & 3+1 \\ 4+7 & 5+4 & 6+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 11 & 9 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 5 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix}_{1 \times 1} = [11]$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \times \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 14 - 2 + 18 & 7 + 0 + 30 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} 30 & 37 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 6 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

三、任意舉一個例子說明下列各矩陣

1. 任意寫一個方陣 $\text{列數} = \text{行數}$ 的矩陣為方陣

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

2. 任意寫一零矩陣

元素皆為 0 的矩陣為零矩陣 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3. 寫出 4 階單位矩陣

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

四、計算行列式值

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} = 2 \cdot 8 - 6 \cdot 5 = 16 - 30 = -14$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 \cdot 4 + 3 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot 7 \cdot 0 - 1 \cdot 5 \cdot 1 - 7 \cdot 0 \cdot 2 - 4 \cdot 3 \cdot 0 = 40 + 0 + 0 - 5 - 0 - 0 = 35$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{用第2行降階展開}$$

$$= -0 + 0 - 0 + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (2 + 0 + 0 - 12 - 4 - 0) = 20$$

五、解下列各方程式

解 $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 4 \end{cases}$ $x = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-5 - 4}{-2 - 1} = \frac{-9}{-3} = 3$, $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{8 - 5}{-3} = \frac{3}{-3} = -1$

解 $\begin{cases} -x + y = 10 \\ x + y = -4 \end{cases}$

解 $\begin{cases} 2x + 7y = 13 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases}$

求 $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 的解

解 $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \\ x - 2y + 3z = 2 \end{cases}$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}}$$

六、 $f(x) = (x-3)^4(x+2)^2(x+1)$

$g(x) = (x-3)^3(x+2)^3$

最大公因式 = $(x-3)^3 \cdot (x+2)^2$

最小公倍式 = $(x-3)^4 \cdot (x+2)^3 \cdot (x+1)$

求最大公因式及最小公倍式

七、以輾轉相除法求 615, 2870 的最大公因數

八、使用勘根定理判斷多項式 $p(x) = x^3 - 5x + 2$ 的根介於哪兩個相鄰的整數之間

$p(-3) = (-3)^3 - 5 \cdot (-3) + 2 = -27 + 15 + 2 = -10$

$p(-2) = (-2)^3 - 5 \cdot (-2) + 2 = -8 + 10 + 2 = 4$

$p(-1) = (-1)^3 - 5 \cdot (-1) + 2 = -1 + 5 + 2 = 6$

$p(0) = 0^3 - 5 \cdot 0 + 2 = 2$

$p(1) = 1^3 - 5 \cdot 1 + 2 = 3 - 5 = -2$

$p(2) = 2^3 - 5 \cdot 2 + 2 = 8 - 10 + 2 = 0$

∴ 在 $(-3, -2)$ 之間及 $(0, 1)$

$(1, 2)$ 中間有根。